МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования   
**«Национальный исследовательский   
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

**(ННГУ)**

**Институт информационных технологий, математики и механики**

**Кафедра математического обеспечения и суперкомпьютерных технологий**

Направление подготовки: «Прикладная математика и информатика»

Профиль подготовки: «Вычислительная математика и суперкомпьютерные технологии»

Отчет по лабораторной работе №3

**«Современные проблемы прикладной математики и информатики»**

**Выполнил:** студент группы 381903-3м

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Панов А.А.

Подпись

Нижний Новгород  
2020

# Постановка задачи

Рассматривается дискретное логистическое уравнение, моделирующее размер популяции:

(1)

Данное дискретное уравнение может быть получено из уравнения Ферхюльста:

## Цель работы:

1. Построить бифуркационную диаграмму (диаграмму ветвления).
2. Оценить точки .
3. Исследовать устойчивость на аттракторе.
4. Построить график зависимости показателя Ляпунова от r.

# Решение

Найдем точки равновесия системы .

По определению в точке равновесия выполняется условие .

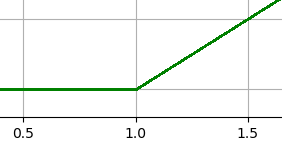
Получаем следующие точки равновесия:

Для отображения вида устойчивость точки можно определить из условия

.

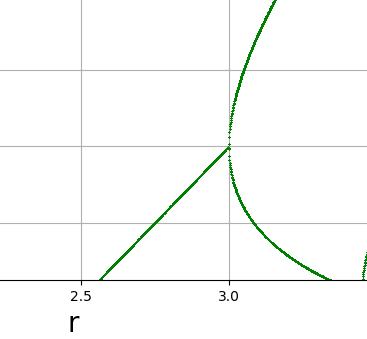
называют мультипликатором.

Для данной системы получаем условие: . Точка равновесия устойчива при , точка равновесия устойчива при .



Рассмотрим случай когда две точки равновесия «сливаются» (бифуркация). Это происходит при условии, когда , тогда система принимает вид . Точка x = 0 в таком случае «полуустойчива». Если то

.



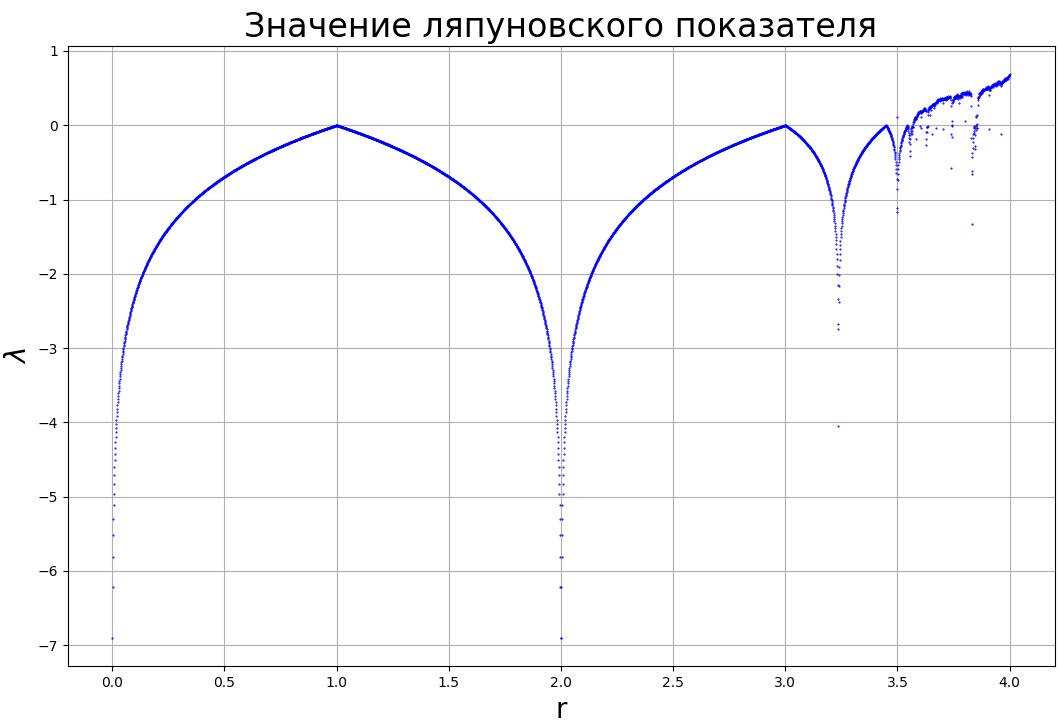
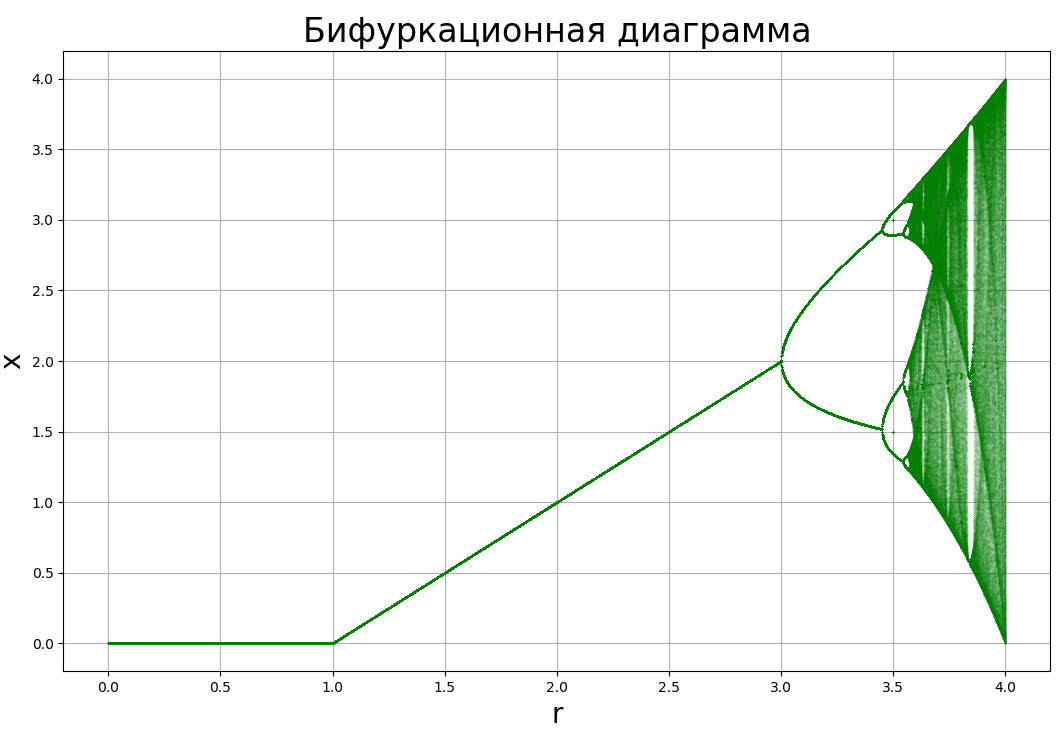
Если , то рассмотренные точки равновесия перестают быть устойчивыми и появляется цикл длины 2. Значения x из цикла длины n могут быть получены из формулы   
. На лекции была выведена аналитическая формула для n=2   
 (заметим, что при).

При увеличении длины цикла степень уравнения увеличивается, а значит аналитическое решение будет найти гораздо сложнее (если вообще получится). Значение можно вычислить численно. Устойчивость состояния равновесия можно определить через показатель Ляпунова по формуле . Если ,то точка устойчива, если ,то точка неустойчива. Для цикла длины показатель Ляпунова определяется по формуле .

Рассмотрим аттрактор системы с при различных r от 0 до 4.0 с шагом 0.001. Для каждого значения r вычислялость 10000 «переходных» значений x, после чего следующие 1000 значений изображались на диаграмме. В точкe появляется цикл длины 2. Далее в точке длина цикла становится равной 4. В точке она равна 8.

Точка достигается там, где показатель Ляпунова становится положительным (циклический порядок в этом случае переходит в динамический хаос), . Можно заметить, что в некоторых областях, например в окрестности точки показатель Ляпунова меньше нуля, а на бифуркационной диаграмме видно незаполненное пространство. В этих областях динамический хаос сменяется циклическим порядком.

При при любом устремляется к минус бесконечности.



Те же изображения в большем масштабе:

